Niveau : Deuxième bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

Dérivabilité d'une fonction

Plan de chapitre 2 : Dérivabilité d'une fonction

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

Exercic 01

Soit f la fonction numérique définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-6x+5}{x-5} & ; x \neq 5 \\ f(5) = 4 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de f en $x_0 = 5$
2) Montrer que f est dérivable en $x_0 = 5$
3) Déterminer l'équation de (T) la tangente à (Cf) en 5

Exercic 02

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = x^3 - 2x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$

Etudier la dérivabilité de f en a=1 puis donner une interprétation géométrique de chaque résultat obtenue

Exercic 03

Déterminer D_f puis calculer $f'(x)$

1) $f(x) = (2x^2 - 5x)(3x - 2)$; 2) $f(x) = \frac{6x-5}{x^2+1}$
3) $f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x + 1}$; 4) $f(x) = (2x^2 + 3x - 3)^4$
4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; 6) $f(x) = \sqrt[4]{x^5}$; 7) $f(x) = \sqrt[4]{1 + \cos^2(x)}$

Exercic 04

f une fonction tel que $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

1) Déterminer D_f *et* Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0
   b) Donner une interprétation géométrique
3) a) Déterminer f' puis étudier les variations de f
   b) Dresser le tableau de variations de f
4) Soit g la restriction de f sur $I = [1, +\infty[$
   a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera
   b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

CENTRE EL MOUMEN

Exercic 05

Soit f la fonction définie sur $I = [1, +\infty[$ par : $f(x) = x^3 - 3x - 3$

1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J a déterminer
2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $2 < \alpha < 3$ puis en déduire le signe de f sur $[1, +\infty[$
3) Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 et : $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 06

f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3-1}{x^3+1} & ; \quad x \geq 1 \\ f(x) = x - 1 + 2\sqrt{1-x} & ; x < 1 \end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ puis montrer que: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 1 puis interpréter le résultat géométriquement
   b) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 1 puis interpréter…….
3) a) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$
   b) Montrer que : $\forall x \in]-\infty ; 1[$; $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x}\,(1+\sqrt{1-x})}$
   c) Dresser le tableau de variations de f sur IR
4) Soit g la restriction de f sur $I = [1, +\infty[$
   a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera
   b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

CENTRE EL MOUMEN

Exercice 07

Soit f la fonction définie sur $I = [0, +\infty[$ par : $f(x) = 3\sqrt[3]{x+1} - x$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ puis étudier le sens des variations de f
2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β dans l'intervalle $\in]5, 6[$
3) a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2, 3[$
   b) Vérifier que $\sqrt[3]{\alpha + 1} = \frac{2}{3}\alpha$

CENTRE EL MOUMEN

4) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J a déterminer
   b) Montrer que f^{-1} est dérivable en α et $(f^{-1})'(\alpha) = \frac{4\alpha^2}{9-4\alpha^2}$