Niveau : Deuxième Bac
sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Résumé

Fonction Exponentielle

Plan de chapitre 8 : Fonction Exponentielle

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

CENTRE EL MOUMEN | **Résumé de cours : Fonction exponentielle** | **2Bac Biof** | **Prof : El Moumen**

Définition : La fonction exponentielle

- La fonction réciproque de la fonction ln est appelé fct exponentielle, elle est définie et dérivable Sur IR
- Pour tout x dans IR : $\exp(x) = e^x$
- Pour tout x de IR: $e^x > 0$ et $e^0 = 1$
- $(e^x)' = e^x$ et $\left(e^{U(x)}\right)' = U'(x)e^{U(x)}$

Propriétés algébriques le la fonction exp

- $e^{x+y} = e^x \times e^y$; $e^x \neq 0$; $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ et $(e^x)^r = e^{rx}$; $r \in \mathbb{Q}$

Equations et inéquations

- $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$; $e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$
- $Ln(e^x) = x$ *et* $e^{ln(a)} = a$; avec $a > 0$
- $e^x = a \Leftrightarrow x = ln(a)$; avec $a > 0$

Limites de la fonction exp

- FI: $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $0 \times \infty$; $+\infty - (+\infty)$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0^+$; $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x\,e^x = 0^-$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^r\,e^x = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^r} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

Rappel : Continuité d'une fonction en un point

f est continue en a $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$

f est continue à droite de a $\Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x) = f(a)$

f est continue à gauche de a $\Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x) = f(a)$

La fonction f est continue en a $\Leftrightarrow$ f est continue à droite et à gauche du point a

Définition fonction logarithme népérien

- La primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est appelée fonction logarithme népérien on la note par ln
- La fonction ln est définit et dérivable sur l'intervalle $]0,+\infty[$ et $ln(1) = 0$
- Pour tout x de $]0,+\infty[$: $ln'(x) = \frac{1}{x}$
- On a ; $Ln(e) = 1$ avec le nombre e est un nombre irrationnel ; $e \approx 2,7$

Propriétés algébriques le la fonction ln

- $\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$; $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$
- $\ln(x^r) = r\,ln(x)$; $r \in \mathbb{Q}$

Equations et inéquations

- $\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$
- $\ln(x) < \ln(y) \Leftrightarrow x < y$
- $Ln(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- le tableau de signe de $\ln x$ sur $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
ln(x)	‖	--	0	+	

Limites de la fonction ln

- $\lim\limits_{x\to0^+} \ln(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln(x) = 0^-$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+$
- $\lim\limits_{x\to0^+} x^r\,\ln(x) = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^r} = 0$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{ln(x)}{x-1} = 1$; $\lim\limits_{x\to0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$

Dérivée de la fonction ln(U) avec $U \neq 0$

Si U est dérivable sur I alors ln(U) est dérivable sur I et on a ; $\ln'(|U(x)|) = \frac{U'(x)}{U(x)}$

Primitive d'une fonction : $r \in \mathbb{Q}/-1$

- $\int 1 = x + c$; $\int x = \frac{x^2}{2} + c$
- $\int x^r = \frac{x^{r+1}}{r+1}$; $\int U'(x) \times U(x)^r = \frac{U(x)^{r+1}}{r+1}$
- $\int \frac{U'(x)}{2\sqrt{U(x)}} = \sqrt{U(x)}$; $\int e^x = e^x$
- $\int U'(x)e^{U(x)} = e^{U(x)}$; $\int e^{ax} = \frac{1}{a}e^{ax}$
- $\int \frac{1}{x} = \ln(|x|)$; $\int \frac{U'(x)}{U(x)} = \ln(|U(x)|)$
- $\int sin\,x = -cos\,x$; $\int cos\,x = sin\,x$
- $\int cos(ax+b) = \frac{1}{a}sin(ax+b) + c$
- $\int sin(ax+b) = -\frac{1}{a}cos(ax+b) + c$

Les éléments de symétrie de (Cf)

Axe de symétrie de (Cf)

- la droite d'équation $(\Delta) : x = a$ est un axe de symétrie de (Cf) ssi $\forall x \in D_f$:

$(2a - x) \in D_f$ *et* $f(2a - x) = f(x)$

Cas particulier

- La fonction f est paire ssi $\forall x \in D_f$:

$(-x) \in D_f$ *et* $f(-x) = f(x)$

La droite (Oy) est un axe de symétrie de (Cf)

Centre de symétrie de (Cf)

- Le point $A(a\,;b)$ est centre de symétrie de (Cf) ssi $\forall x \in D_f$:

$(2a - x) \in D_f$ *et* $f(2a - x) + f(x) = 2b$

Cas particulier

- La fonction est impaire ssi $\forall x \in D_f$:

$(-x) \in D_f$ *et* $f(-x) = -f(x)$

Le point O est centre de symétrie de (Cf)